ВЕСТНИК ОРЕНБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

УДК 372:514.7(091)

И. В. Игнатушина

Организация и результаты опытно-экспериментальной работы по ознакомлению студентов с историей формирования дифференциальной геометрии на примере работ Л. Эйлера и его последователей

В статье представлена методическая система организации курса по выбору, посвященного истории классической дифференциальной геометрии, который ориентирован в первую очередь на студентов педагогических вузов.

Ключевые слова: история математики, дифференциальная геометрия, курс по выбору.

Современные стандарты высшего профессионального образования помимо дисциплин базовой части предполагают наличие вариативной части, в том числе дисциплин по выбору студента. Такое построение учебного процесса обеспечивает углубленное изучение отдельных предметов, дифференциацию содержания обучения в соответствии с потребностями, склонностями и способностями студентов, построение индивидуальных образовательных программ. Дисциплины вариативной части направлены на реализацию личностно ориентированного подхода в обучении, позволяя каждому студенту выстроить индивидуальную образовательную траекторию.

Для полноценного изучения любого математического курса студентам необходимо знакомство с историей соответствующего раздела математики. Поэтому во все учебные планы была введена дисциплина «История математики», которая нацелена на формирование у студентов знаний об основных этапах развития и современных представлениях об этой науке, роли и месте математики в системе научных дисциплин. Однако в большинстве педагогических вузов эта дисциплина изучается на выпускном курсе. С одной стороны, такое построение учебного плана позволяет студентам на заключительном этапе обобщить свои знания о математике в целом, что является необходимой основой для подготовки к государственной аттестации. С другой стороны, при изучении самих математических дисциплин у студентов в большинстве случаев не складывается общая картина о математике и причинно-следственных связях появления отдельных ее разделов.

Одним из вариантов решения данной проблемы может служить введение курсов по выбору, посвященных истории соответствующих математических дисциплин учебного плана, еще до изучения общего курса истории математики. В связи с этим нами в 2010 году был разработан курс по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» [1], который был нацелен на формирование у студентов математической культуры, развитие их интеллекта и способностей к логическому и алгоритмическому мышлению, подготовку специалистов, владеющих определенным запасом систематизированных знаний по истории формирования дифференциальной геометрии и ее взаимосвязи с другими математическими дисциплинами.

Указанная цель детализирована в ряде специфичных задач:

Образовательные задачи:

- познакомить студентов с математической лабораторией основоположников дифференциальной геометрии и побудительными мотивами создания этого раздела математики;

- сформировать у студентов представление об истории появления основных понятий классической дифференциальной геометрии в работах Л. Эйлера, Г. Монжа и К. Гаусса;

- дать логически стройное изложение теоретического материала и показать взаимосвязь с другими науками;

- привить устойчивые умения и навыки в использовании полученных теоретических сведений для решения прикладных задач.

Развивающие задачи:

- при доказательствах рассматриваемых теоретических положений дифференциальной геометрии обратить внимание студентов на известные им методы;

- в процессе чтения лекций проектировать изучаемые разделы теоретического материала на курс математики средней школы, выделяя возможные методические приемы изложения соответствующих тем в школе.

Воспитательные задачи:

- развитие положительной мотивации студентов к изучению дифференциальной геометрии и ее истории;

- воспитание морально-этических и духовно-нравственных ценностных установок, способствующих профессиональному самообразованию и личностному росту будущего педагога.

Предлагаемый курс рассчитан на 36 часов, из которых 20 часов — лекции и 16 часов — самостоятельная работа студента. Он позволяет обобщить и углубить знания студентов, полученные ими ранее при изучении соответствующего раздела геометрии, и тем самым повысить уровень фундаментальной подготовки, сформировать у студентов представление об истории и побудительных мотивах появления основных понятий классической дифференциальной геометрии, а также продемонстрировать различные приложения дифференциальной геометрии, в том числе к построению географических карт.

Основными идеями, которые положены в основу конструирования данного курса, явились следующие:

- интеграция концепций научно-методической школы Л. Эйлера [2] и современных методических систем [3—7];

- рассмотрение хода мыслей ученого в получении той или иной теоремы, что позволяет студентам сформировать определенные приемы мышления, способствующие освоению соответствующего учебного материала;

- проецирование новых знаний по дифференциальной геометрии и ее истории, усвоенных будущим учителем математики, на школьный курс математики;

- подъем знаний школьного курса математики в дифференциально-геометрические слои высшего математического образования будущего учителя математики.

Первые две из указанных идей позволяют не только полностью раскрыть потенциал научно-методического наследия Л. Эйлера в области дифференциальной геометрии, но и актуализировать его содержание в контексте современных требований к образовательному процессу в педагогическом вузе. Вторая и третья идеи имеют профессиональную направленность. По образцу данного курса выпускники, работая в школе, смогут разработать элективные курсы по истории разделов школьного курса математики.

Перечисленные методологические и целерациональные установки определили содержание курса по выбору. Последний представлен тремя разделами.

1. Предыстория дифференциальной геометрии

Первые исследования по теории плоских кривых в Древней Греции (Архимед).

Вопросы теории плоских кривых в работах ученых XVII в. до создания математического анализа (П. Ферма, Р. Декарт, Ж. Роберваль, Э. Торричелли).

Создание дифференциального и интегрального исчисления. Его первые приложения к задачам геометрии (И. Ньютон, Г. В. Лейбниц, Я. и И. Бернулли).

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

Теория эволют и эвольвент в работе Х. Гюйгенса «Маятниковые часы» (1673).

Первые попытки перенесения методов, использовавшихся для исследования кривых на плоскости, на трехмерный случай (А. К. Клеро).

2. Роль Л. Эйлера в становлении дифференциальной геометрии в XVIII в.

2.1. Обзор результатов Л. Эйлера по приложению анализа бесконечно малых к исследованию кривых на плоскости

Учение о кривизне плоской линии во втором томе «Введения в анализ бесконечных» (1748) Л. Эйлера.

Эволюты и эвольвенты в исследованиях Л. Эйлера («Разыскание кривых, которые образуют эволюты им подобные» (1750), «Исследование кривых, подобных своей эволюте, либо первой, либо второй, либо третьей, либо даже какого угодно порядка» (1787), «Доказательство теоремы Бернулли о том, что если последовательно развертывать «прямоугольные» кривые, то в пределе получится циклоида» (1766).

2.2. Основные результаты Л. Эйлера по теории кривых в пространстве

Основные результаты Л. Эйлера по теории кривых в пространстве, изложенные в его работе «Легкий способ исследовать все свойства кривых линий, не расположенных в одной плоскости» (1782).

2.3. Пространственные задачи дифференциальной геометрии в исследованиях Л. Эйлера

Теорема о кривизне поверхности в мемуаре Л. Эйлера «Исследование о кривизне поверхностей» (1760).

Вопрос о развертывающихся поверхностях в мемуаре Л. Эйлера «О телах, поверхность которых можно развернуть на плоскость» (1772).

Постановка и решение задачи об изгибании поверхностей в работах Л. Эйлера.

2.4. Применение полученных Л. Эйлером результатов по дифференциальной геометрии к картографии

Приложение результатов по дифференциальной геометрии в картографических работах Л. Эйлера: «Об изображении поверхности шара на плоскости» (1777), «О географической проекции поверхности шара» (1777), «О географической проекции Делиля, примененной на генеральной карте Российской империи» (1777).

3. Развитие идей Л. Эйлера по дифференциальной геометрии в работах его учеников и последователей

Результаты Г. Монжа по дифференциальной геометрии в пространстве, изложенные в его сочинениях: «Мемуар о развертках, радиусах кривизны и различных видах перегибов кривых двоякой кривизны» (1785), «О свойствах многих видов кривых поверхностей, в особенности развертывающихся поверхностей, с приложением к теории теней и полутеней» (1780), «Мемуар о теории выемок и насыпей» (1784), «Приложение анализа к геометрии» (1807).

Общая теория поверхностей в работе К. Гаусса «Общие исследования о кривых поверхностях» (1828).

Результаты по дифференциальной геометрии, полученные представителями и последователями научно-методической школы Л. Эйлера (Н. И. Фуссом, Ф. И. Шубертом, С. Е. Гурьевым, Т. Ф. Осиповским, В. И. Висковатовым, П. А. Рахмановым, А. Ф. Павловским, М. В. Остроградским).

Структура каждого раздела определяется следующими компонентами:

1. Теоретический блок, в котором раскрываются основные понятия раздела, содержатся ключевые теоремы и история их появления.

2. Прикладной блок, содержащий задачи, демонстрирующие практическое применение соответствующего раздела дифференциальной геометрии.

3. Блок персоналий, в котором представлены сведения личностно-биографического характера, выполняющие функцию социокультурной ориентации изучаемого материала.

4. Критический блок, в котором собран материал, отражающий дискуссии ученых-математиков по вопросам, повлиявшим на развитие дифференциальной геометрии.

В качестве ключевых **принципов** построения методической системы преподавания предлагаемого курса по выбору были определены следующие:

- сближения математического образования и науки;
- оптимального сочетания научности и доступности в излагаемом материале;
- связи теории с практикой, системности и последовательности, межпредметных связей;
- фундирования знаний [3];
- стимуляции и мотивации положительного отношения студентов к учебе, гуманизации и гуманитаризации [4];
- опережающего обучения [8], сознательности и активности, сочетания абстрактного мышления с наглядностью обучения;
- профессиональной направленности и рациональной фундаментальности [5];
- конверсии научного материала в учебный через изучение работ ученых, сыгравших важную роль в истории изучаемой дисциплины;
- центризма научного текста.

Принцип сближения математического образования и науки говорит о том, что при составлении учебного курса необходимо не только в максимальной степени учитывать современный уровень развития науки, но и историю ее развития. Кроме того, поскольку наука является достаточно противоречивым феноменом, в котором достаточно весомое значение имеет элемент неизвестности, указанный принцип организации процесса обучения детерминирует саму процедуру усвоения новых знаний как процесс поисковой, совместной исследовательской деятельности студентов и преподавателя, но не как механическое запоминание и воспроизведение уже известных фактов. Этот принцип дополняется следующим ***принципом оптимального сочетания научности и доступности в излагаемом материале***, суть которого заключается в том, что учебный курс по любой из математических дисциплин должен сочетать высокий научный уровень математического содержания, доказательность математических предложений с простотой и ясностью изложения.

Принцип связи теории с практикой, системности и последовательности, межпредметных связей предполагает осмысление математического знания согласно следующей логике:

- исследование проблемы на теоретическом уровне в направлении от простого к сложному;
- выяснение различных приложений к решению задач практического значения;
- установление связей между изучаемым материалом и другими математическими дисциплинами.

Его реализация согласуется с теорией поэтапного формирования умственных действий П. Я. Гальперина [9].

Принцип фундирования позволяет определить основу для спиралевидной схемы моделирования базовых знаний, умений, навыков предметной (в том числе математической) подготовки студентов.

Принцип стимуляции и мотивации положительного отношения обучающихся к учебе, а также ***принципы гуманизации и гуманитаризации*** предполагают такую организационную структуру процесса обучения, в основе которой лежит проблемный способ подачи материала, ориентированный на личность каждого студента и рассматриваемый в широком социокультурном контексте. Проблемный способ подачи изучаемого материала ориентирует на то, что знания не преподносятся студентам в готовом виде. Напротив, преподаватель так организует учебный процесс, что студенты ставятся в позицию исследователей, которым неизвестен заранее результат решения проблемы. Преподаватель посредством продуманной серии вопросов направляет учащихся на совместное решение данной проблемы, помогая лишь в случае непреодолимого затруднения.

Принципы опережающего обучения, сознательности и активности, сочетания абстрактного мышления с наглядностью обучения являются важными при построении рассматриваемого курса по выбору. Изначально принцип опережающего обучения, введенный Л. В. Занковым, был ориентирован на обучение школьников, но его применение дает хорошие результаты и при обучении студентов. Согласно принципу «опережающего обучения» эффективная организация обучения направлена на активизацию, развитие мыслительной деятельности обучаемого, формирование способности самостоятельно добывать знания в сотрудничестве с другими обучаемыми, т. е. саморазвиваться.

При изложении теоретических вопросов, требующих от студентов абстрактного мышления, необходима их иллюстрация на конкретных чертежах, пространственных моделях и электронных слайдах. Принцип сознательности и активности студентов ориентирован на групповое обсуждение поставленных проблем, что стимулирует не только развитие мыслительных способностей учащихся, но и формирование у них положительной мотивации к изучаемому материалу посредством организации переживания успеха открытия, а также положительно сказывается на коммуникативных способностях обучаемых, таких как умение вести дискуссию, умение обосновать свою точку зрения, умение слушать и слышать другого. При проектировании каждого из занятий курса необходимо учитывать операционное развитие личности студента и закономерности восприятия, понимания и адекватности содержания и структуры внешних и внутренних действий.

Принцип профессиональной направленности следует понимать в том смысле, что весь учебный процесс ориентирован в первую очередь на подготовку будущего учителя математики. Он неразрывно связан с ***принципом рациональной фундаментализации***, выдвинутым А. Г. Мордковичем. Суть этого принципа заключается в том, что студенту нужна фундаментальная, но не оторванная от нужд приобретаемой профессии математическая подготовка. Предлагаемый курс по выбору, с одной стороны, дает фундаментальную подготовку по дифференциальной геометрии, с другой — на его примере студенты постигают приемы изложения истории соответствующего раздела математики. Этот курс может послужить образцом для разработки выпускниками элективных курсов по истории школьных математических разделов в период профессиональной деятельности.

Принцип конверсии научного материала в учебный заключается в необходимости педагогической адаптации научных фактов для их изложения учащимся. Процесс конверсии научного материала в учебный наблюдается на всем пути формирования учебной дисциплины, поэтому сформулированный нами принцип обучения является логическим следствием этого процесса. Он дополняет общеизвестный принцип научности, одним из условий которого является непротиворечивость учебного материала современному состоянию науки. Но процесс обучения невозможен, если излагаемые научные факты недоступны для восприятия и понимания учащихся. Поэтому в учебном процессе важную роль играет педагогическая адаптация соответствующего научного материала, которая и отражает суть принципа конверсии научного материала в учебный.

Принцип конверсии научного материала в учебный удачно сочетается с принципом фундирования. Знакомство со многими математическими понятиями, например числа, функции, линии, пространства и т.д., происходит в несколько этапов, на каждом из которых их смысл расширяется и уточняется. Аналогичное явление наблюдается и в самой науке. С философской стороны в науке развитие понятий всегда происходит в борьбе противоположных тенденций. Существующее понятие входит в противоречие с новыми требованиями науки и практики, которое разрешается путем расширения смысла понятия и приводит к его обобщению. Такое поэтапное введение понятий является еще одной стороной реализации принципа конверсии при обучении математике.

При формировании учебных курсов процесс конверсии научных фактов неизбежен, однако со временем содержание этих курсов отшлифовывается, изложение теорий становится весьма кратким, подчас настолько, что оказываются утерянными сами причины, побудившие ученых разрабатывать данные области. Между тем побудительные мотивы первопроходцев являются источником формирования интереса студентов к предмету изучения.

Для решения этой проблемы мы предлагаем при обучении математике в педагогическом вузе активно использовать труды создателей изучаемой науки. В связи с этим нами был выдвинут ***принцип центризма научного текста,*** согласно которому научный математический текст выступает в качестве предмета изучения и является важнейшей единицей обучения математике. Рассматривая ход мыслей ученого в получении той или иной теоремы, студенты формируют и развивают определенные приемы мышления (анализ, синтез, обобщение и др.), способствующие освоению учебного курса.

Принцип центризма научного текста тесно связан с принципом научности, но в отличие от него подразумевает не опосредованное, т.е. преломленное методической обработкой, а непосредственное знакомство с научным материалом через изучение работ ученых, сыгравших важную роль в истории изучаемой дисциплины.

При проведении занятий по предлагаемому курсу «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» использовались следующие активные ***методы обучения***: лекция-беседа, лекция-дискуссия, мозговая атака, метод гипотетического формулирования, метод экспертных оценок и др.

Лекция-беседа, основанная на построении диалога преподавателя с аудиторией, является наиболее распространенной формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Преимущество такой лекции состоит в том, что она позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей студентов.

Лекция-дискуссия в отличие от лекции-беседы предполагает свободный обмен мнениями, идеями и взглядами по исследуемому вопросу не только между студентом и преподавателем, но и между студентами, что позволяет оживить учебный процесс, активизирует познавательную деятельность аудитории. При этом правильно подобранные вопросы для дискуссии, умелое ее построение позволяют преподавателю управлять коллективным мнением группы и использовать его для убеждения, преодоления негативных установок и ошибочных мнений некоторых студентов.

Метод мозговой атаки (или мозгового штурма) состоит в том, что студентам предлагают высказывать как можно большее количество решений поставленной проблемы. Затем из предложенных вариантов выбираются наиболее удачные. Процедура мозговой атаки включает следующие этапы: постановка проблемы и ее анализ, генерация идей, анализ вариантов решений и их селекция.

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

Мозговой штурм является одной из разновидностей метода экспертных оценок, который предполагает предварительную подготовку отдельных студентов — «экспертов» в решении поставленной проблемы. При реализации данного метода «эксперты» демонстрируют аудитории тот или иной сценарий решения задачи, в то время как целью остальных студентов является критический анализ этой информации. Особенностью использования данного метода при проведении курса по выбору является то, что «эксперты» сначала знакомятся с решением конкретной задачи в трудах создателей дифференциальной геометрии, при возникновении непреодолимых затруднений они могут обратиться за помощью к преподавателю, а затем излагают этот материал перед аудиторией и отвечают на вопросы.

Перечисленные методы связаны с методом гипотетического формулирования, который ориентирован на высказывание гипотез и последовательную их проверку.

Методический компонент методической системы разработанного курса по выбору дополняет контрольно-диагностический компонент, основанный на принципах гибкости и дифференциации.

Гибкость выражается в том, что студентам предлагается на выбор одна из форм сдачи зачета: написание и защита реферата, выполнение контрольной работы, устный опрос по предложенным вопросам, подготовка научного проекта и публичная защита его результатов. Кроме того, студентам предлагается выбор уровня сложности контрольной работы и возможных заданий, а также тем для подготовки реферата или проекта.

Опытно-экспериментальная работа проводилась на базе физико-математического факультета ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный педагогический университет» с 2010/11 по 2014/15 учебный год. Она была направлена на проверку гипотезы о том, что курс по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» будет эффективным, если:

- студенты познакомятся не только с математической лабораторией Л. Эйлера, но и с развитием его идей по приложению математического анализа к геометрии в работах Г. Монжа и К. Ф. Гаусса;
- в содержании и организации этого курса найдут отражение идеи научно-методической школы Л. Эйлера;
- будут показаны различные приложения дифференциальной геометрии в науке и технике (например, приложение дифференциальной геометрии к картографии);
- большое внимание будет уделено разбору задач, приведших к формированию дифференциальной геометрии.

Опытно-экспериментальная работа проводилась в три основных этапа:

1. Поисково-констатирующий этап эксперимента (2010—2013 гг.).
2. Формирующий эксперимент (2013—2015 гг.).
3. Контрольный этап эксперимента (2015 г.).

На первом, поисково-констатирующем, этапе были проанализированы программы вузов по дифференциальной геометрии; изучена соответствующая психолого-педагогическая и методическая литература; велось наблюдение за работой студентов на лекциях и практических занятиях по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе; проводились беседы с преподавателями и студентами по интересующей проблеме; определены контрольная и экспериментальная группы; проведено анкетирование для выявления уровня возможной проблемы; определены возможности использования научно-методического наследия Л. Эйлера по дифференциальной геометрии в современной высшей школе; разработан курс по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера».

Проведено анкетирование студентов, прошедших раздел «Топология и дифференциальная геометрия».

На вопрос «Дайте определение дифференциальной геометрии» был получен ряд ответов:

- дифференциальная геометрия — это раздел математики, изучающий линии и поверхности в достаточно малой окрестности;

- дифференциальная геометрия изучает свойства фигур с помощью дифференцирования векторов;

- дифференциальная геометрия показывает приложение математического анализа к геометрии;

- в дифференциальной геометрии с помощью формул Френе, первой и второй квадратичной форм изучаются свойства кривых и поверхностей.

Приведенные ответы свидетельствуют о том, что студенты понимают основные отличия дифференциальной геометрии от других разделов математики, однако никто из них не упомянул о приложениях дифференциальной геометрии в различных областях науки и техники. На наш взгляд, это связано с тем, что у студентов еще не сформировался целостный взгляд на математику, кроме того, им до конца не понятно, какое место занимает в ней дифференциальная геометрия.

На вопрос «Каковы цели изучения дифференциальной геометрии в педагогическом вузе?» наиболее часто встречались следующие ответы:

- она расширяет кругозор, а учитель математики должен много знать сверх школьной программы;

- в дифференциальной геометрии мы изучаем новые математические модели и алгоритмы, что благотворно скажется в нашей будущей профессии, поскольку в школе нам придется постоянно помогать школьникам в освоении нового математического материала;

- чтобы получить диплом государственного образца;

- этот материал может использоваться для разработки элективного курса или занятий математического кружка в школе;

- научиться решать задачи этого раздела.

Как видно, большинство студентов понимают значимость курса дифференциальной геометрии для будущей профессии.

На вопрос «С какими разделами математики связана дифференциальная геометрия?» студенты отвечали: математический анализ и геометрия, но при этом никто не упомянул другие разделы (например, алгебра, математическая картография, теоретическая механика).

Вопросы «Каковы приложения дифференциальной геометрии?» и «Какие задачи привели к необходимости разрабатывать методы дифференциальной геометрии?» вызвали затруднение у большинства опрашиваемых. В основном ответы сводились к следующему: те области, где нужно знать свойства кривых и поверхностей. Это говорит о том, что студенты интуитивно правильно понимают причины возникновения дифференциальной геометрии, а также суть ее приложений, но с конкретными приложениями дифференциальной геометрии и задачами, приведшими к ее появлению, они не знакомы.

На вопрос «Кто из известных вам ученых-математиков сыграл важную роль в формировании дифференциальной геометрии?» большинство студентов назвали Гаусса и Френе, т.е. имена математиков, с формулами которых они знакомились при изучении курса дифференциальной геометрии. При этом никто не назвал Л. Эйлера, Г. Монжа, их

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

учеников и последователей, которые заложили основы классической дифференциальной геометрии.

Между тем большая часть студентов осознает необходимость знаний по истории математики. Об этом свидетельствуют результаты ответов на вопрос «Важно ли знать историю изучаемого раздела математики?», отраженные на рисунке 1.

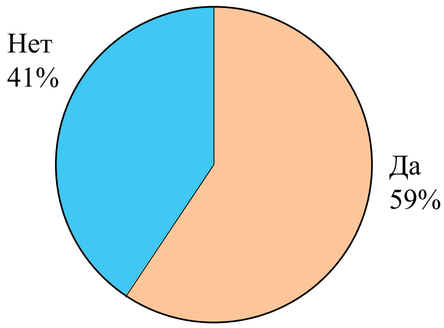

Рис. 1

Очевидно, что этот факт повлек за собой достаточно высокий процент положительных ответов на следующие вопросы:

«Способен ли курс по выбору, посвященный истории дифференциальной геометрии, помочь в изучении дифференциальной геометрии?» (рис. 2).

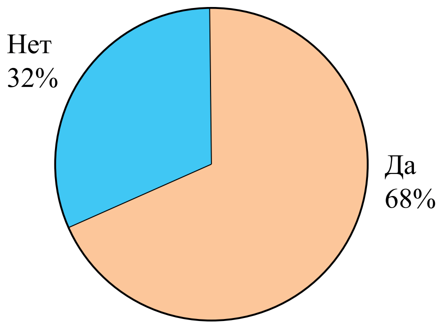

Рис. 2

«Способствует ли освоению конкретного математического курса знакомство с математической лабораторией создателей соответствующей отрасли науки?» (рис. 3).

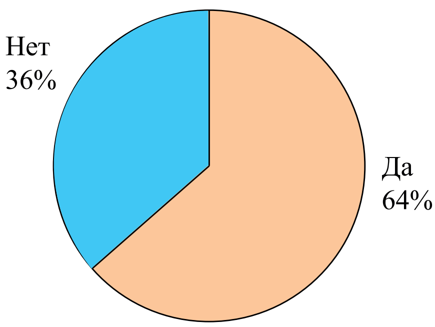

Рис. 3

Ответ на вопрос «Поможет ли предлагаемый курс в выборе вашей будущей профессии?» разделил респондентов поровну. Очевидно, это связано с тем, что студентам трудно оценить значимость курса только по его названию.

На два последних вопроса анкеты ответы разделились в следующем процентном соотношении:

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

	Да	**Нет**
Принимали ли вы участие в конкурсах, олимпиадах, конференциях по математике и ее истории?	27%	73%
Читали ли вы какую-нибудь дополнительную литературу по истории математики?	14%	86%

Таким образом, анкетирование выявило, что знания студентов по дифференциальной геометрии формальны, они слабо представляют ее связь с другими разделами математики, а также области применения. При этом большинство из них положительно настроены на изучение материала по истории дифференциальной геометрии.

Студенты на лекциях и практических занятиях по дифференциальной геометрии мало знакомятся с ее историей и совершенно не знают имен ее создателей, а также причин появления этого раздела математики. Данный факт негативно сказывается на конечном результате.

Для разрешения указанных проблем нами были разработаны программа, содержание и методика проведения курса по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера», в основе которого лежат идеи научно-методической школы Л. Эйлера.

На втором, формирующем, этапе эксперимента указанный специальный курс был внедрен на физико-математическом факультете ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный педагогический университет», разрабатывалась методика проведения каждой лекции, непосредственно проводились занятия.

По окончании курса на третьем, контролирующем, этапе была проведена проверка его эффективности, включившая повторное анкетирование, итоговую контрольную работу, а также статистическую обработку результатов.

Контрольная работа состояла из 18 заданий (приложение 1) по всем разделам пройденного курса по выбору. За правильно выполненное задание начислялся один балл, за неверный ответ или отсутствие ответа — 0 баллов, если задание выполнено не полностью, то 0,5 балла (табл. 1).

Таблица 1

Обработка результатов контрольной работы

Номер студента	Номер задания																		m	$K_i = \frac{m}{l}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
1	0,5	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	16	0,9
2	0	1	1	0,5	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	13,5	0,8
3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18	1
4	0,5	0,5	1	0,5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0,5	1	0	13	0,7
5	1	1	1	0,5	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0,5	1	0,5	1	12,5	0,7
6	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	17	0,9
7	0,5	1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	14,5	0,8
8	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	0,5	1	17	0,9
9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	18	1
10	0,5	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	16,5	0,9
11	0,5	1	1	0,5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	0	14,5	0,8

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

Продолжение табл. 1

Номер студента	Номер задания																		m	$K_i = \frac{m}{l}$
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18		
12	0	0,5	1	0,5	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	14	0,8
13	0,5	1	0,5	0,5	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	13,5	0,8
14	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17,5	0,97
15	1	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0	16	0,9
16	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	17	0,9
17	1	1	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	17,5	0,97
18	0,5	1	0,5	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0,5	1	1	1	14,5	0,8
19	0,5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	17	0,9
20	0,5	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	16,5	0,9
21	0,5	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0,5	0	15	0,8
22	0,5	1	1	0,5	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0,5	1	1	15,5	0,9

В таблице m — количество баллов, набранное студентом за выполненные задания, l — общее количество заданий. Коэффициент $K = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2} K_i = 0{,}869949$ позволяет говорить о высоком уровне усвоения учебного материала студентами, участвующими в эксперименте. Для подтверждения точности исследования проверим, будет ли показатель $\varepsilon \le 0{,}05$. Найдем сначала среднее квадратичное отклонение σ и коэффициент вариации V:

1)

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(K_i - K)^2} = \sqrt{\frac{1}{22}\left(2(0{,}87-1)^2 + 2(0{,}87-0{,}97)^2 + 9(0{,}87-0{,}9)^2 + 7(0{,}87-0{,}8)^2 + 2(0{,}87-0{,}7)^2\right)} =$$
$$= 0{,}091895;$$

2) $V = \frac{\sigma}{K} = \frac{0{,}091895}{0{,}869949} = 0{,}105632.$

Отсюда $\varepsilon = \frac{V}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}105632}{\sqrt{22}} = 0{,}022521 \le 0{,}05.$

Таким образом, найденный показатель точности подтверждает достоверность полученного результата.

После проведения курса по выбору студенты познакомились с причинами появления дифференциальной геометрии, математической лабораторией ее создателей, а также с приложениями дифференциальной геометрии к картографии. Это помогло им определить место дифференциальной геометрии в математике, взглянуть на изучаемый раздел более масштабно, осознать его большое практическое значение.

Для подтверждения эффективности указанного курса по выбору приведем сравнительную характеристику ответов на некоторые вопросы анкеты до и после его проведения.

1. Важно ли знать историю изучаемого раздела математики?

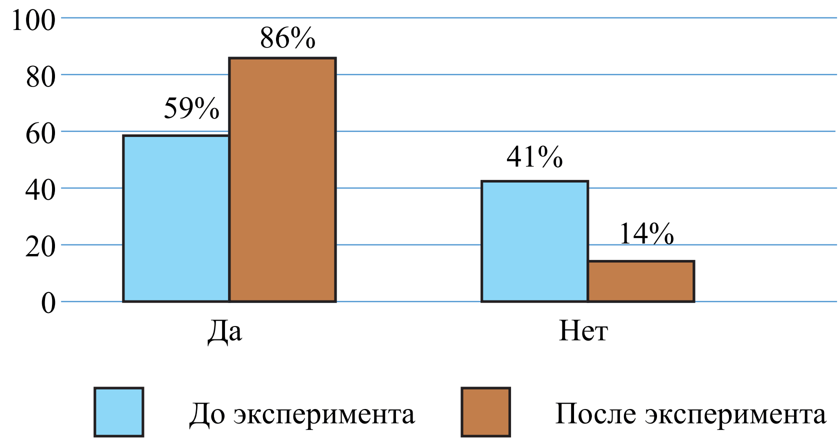

Рис. 4

2. Способен ли курс по выбору, посвященный истории дифференциальной геометрии, помочь в изучении самой дифференциальной геометрии?

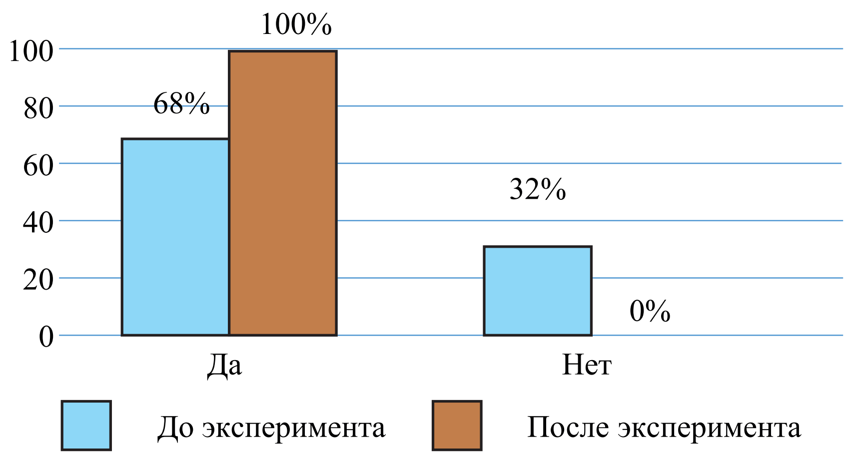

Рис. 5

3. Способствует ли освоению конкретного математического курса знакомство с математической лабораторией создателей соответствующей отрасли науки?

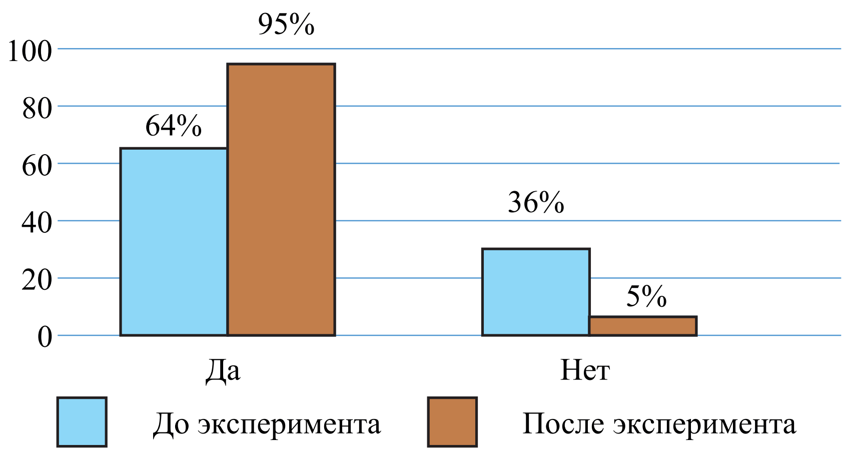

Рис. 6

4. Поможет ли курс по выбору, посвященный истории дифференциальной геометрии, в вашей будущей профессии?

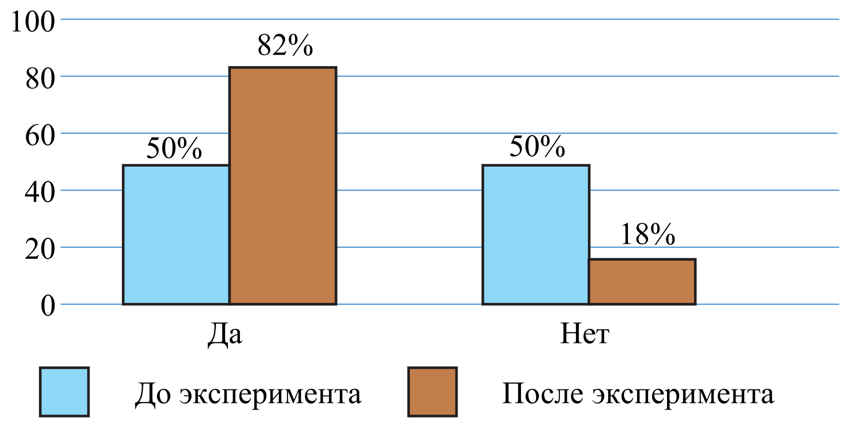

Рис. 7

5. Принимали ли вы участие в конкурсах, олимпиадах, конференциях по математике и ее истории?

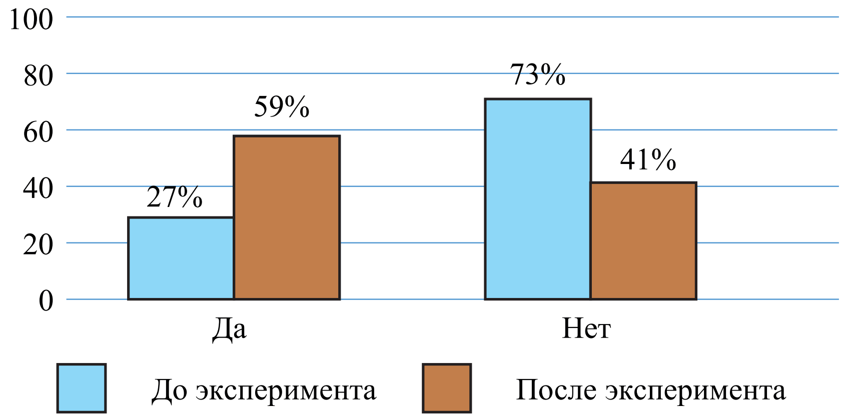

Рис. 8

6. Читали ли вы какую-нибудь дополнительную литературу по истории математики?

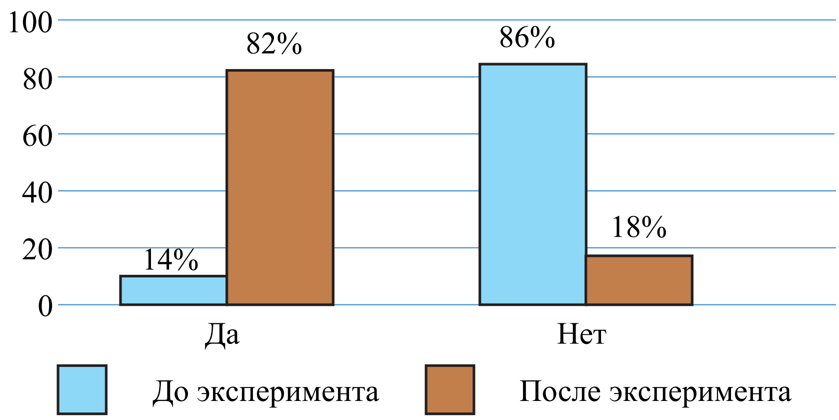

Рис. 9

Как видно из представленных гистограмм (рис. 4—9), внедрение разработанного курса по выбору оказало позитивное влияние на повышение интереса учащихся к дальнейшему изучению дифференциальной геометрии и ее истории, а также к математике в целом, результатом чего стало значительное увеличение числа студентов, читающих дополнительную литературу по истории математики и участвующих в конкурсах, олимпиадах, конференциях по предмету.

Применение критерия Макнамары для обработки результатов опроса подтверждает позитивное влияние предлагаемого курса по выбору. Пусть нулевая гипотеза H_0 = {наблюдаемое различие значений показателя до и после эксперимента статистически незначимо}; альтернативная гипотеза H_1 = {наблюдаемое различие значений показателя до и после эксперимента статистически значимо}. Приведем результаты опроса (1—4 вопросы):

		Опрос после эксперимента	
		Да	Нет
Опрос до эксперимента	Да	A = 53	B = 1
	Нет	C = 28	D = 6

Здесь A — количество случаев, когда до и после эксперимента были даны ответы — «да»; B — количество случаев, когда до эксперимента студенты ответили «да», а после — «нет»; C — количество случаев, когда до эксперимента студенты ответили «нет», а после эксперимента — «да»; D — количество случаев, когда до и после эксперимента были даны ответы «нет».

Поскольку $B \neq C$, критерий Макнамары применим, а так как B + C = 1 + 28 = 29 > 20, то

$$M_{\text{эмп.}} = \frac{(B-C)^2}{B+C} = \frac{(1-28)^2}{29} = 25{,}13.$$

Определим по таблице критическое значение критерия на уровне значимости α = 0,05: $M_{кр}(0{,}05) = 3{,}84$.

Поскольку $M_{эмп} < M_{кр}$, нулевая гипотеза H_0 отклоняется и принимается альтернативная гипотеза H_1.

Таким образом, результаты формирующего эксперимента по внедрению предлагаемого курса по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» показали его эффективность в современных условиях педагогического вуза.

Приложение 1

Задания контрольной работы

1. Закончите фразу: Если алгебраическую кривую в окрестности некоторой ее точки удастся заменить параболой, уравнение которой имеет вид $s^n = \alpha r^m$, тогда

1) если m — нечетное, n — четное, то исследуемая точка является …;

2) если m — нечетное, n — нечетное и $m \neq n$, то в точке наблюдается…;

3) если m — четное, n — нечетное, то в точке кривая имеет…

2. Дайте определение понятий радиуса и центра кривизны.

3. Найдите кривизну кривой $y = \sin x$ в вершине этой кривой.

4. Дайте определение понятиям эволюта и эвольвента кривой. Кто впервые ввел эти понятия?

5. Примите длину дуги s эвольвенты за функцию от угла φ между ее нормалями и составьте дифференциальное уравнение кривой, подобной своей эволюте n-го порядка.

6. Какое свойство циклоиды описано в работе Х. Гюйгенса «Маятниковые часы» (1673)?

7. Кто впервые перенес методы, использовавшиеся для исследования кривых на плоскости, на трехмерный случай?

8. Дайте определение понятия геодезической линии.

9. Кто впервые поставил задачу о геодезических линиях?

10. Выберите правильный ответ.

Если $p = \dfrac{dx}{ds}$; $q = \dfrac{dy}{ds}$; $r = \dfrac{dz}{ds}$, то диагональ параллелепипеда

$O\Omega = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2} = 1$ направлена:

1) как радиус-вектор кривой в точке $\Omega(x, y, z)$;

2) по касательной к кривой в точке Ω;

3) как радиус кривизны кривой в точке Ω.

11. К какому классу будет относиться поверхность, если ее линейный элемент $ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$ совпадает с линейным элементом плоскости $ds^2 = dt^2 + du^2$?

12. Кто впервые доказал невозможность конгруэнтно отобразить кусок сферы на плоскость?

13. Какую кривую Г. Монж назвал характеристикой?

14. Дайте определение понятия омбилической точки.

15. Какой раздел математики называется внутренней геометрией?

16. Сформулируйте теорему Менье.

17. Вычислите гауссову кривизну поверхности в данной точке, если первая и вторая квадратичные формы этой поверхности имеют соответственно вид: $5dp^2 - 4dpdq + dq^2$; $8dp^2 + 2dpdq - dq^2$.

18. Сформулируйте «славную теорему» К. Гаусса.

Список использованной литературы

1. Игнатушина И. В. Материалы для спецкурса «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» : учеб.-метод. пособие для студ. физ.-мат. ф-та. Оренбург : Изд-во ОГПУ, 2010. 132 с.

2. Полякова Т. С. Леонард Эйлер и математическое образование в России. М. : КомКнига, 2007. 183 с.

3. Смирнов Е. И. Фундирование опыта в профессиональной подготовке и инновационной деятельности педагога. Ярославль, 2012. 646 с.

4. Глизбург В. И. Методическая система обучения топологии и дифференциальной геометрии при подготовке учителя математики в аспекте гуманитаризации непрерывного математического образования : дис. … д-ра пед. наук: 13.00.02. М., 2009. 437 с.

5. Мордкович А. Г. О профессионально-педагогической направленности математической подготовки будущих учителей // Математика в школе. 1984. № 6. С. 42—45.

6. Ястребов А. В. Научное мышление и учебный процесс — параллели и взаимосвязи. Ярославль : ЯГПУ им К. Д. Ушинского, 1997. 137 с.

7. Полякова Т. С. Историко-методическая подготовка учителей математики в педагогическом университете : дис. … д-ра пед. наук: 13.00.02. Ростов-на-Дону, 1998. 457 с.

8. Занков Л. В. Избранные педагогические труды. М. : Педагогика, 1990. 424 с.

9. Гальперин П. Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий // Психология как объективная наука / П. Я. Гальперин. М. : Ин-т практ. психологии ; Воронеж : НПО «МОДЭК», 1998. С. 272—317.

Поступила в редакцию 25.08.2015 г.

Игнатушина Инесса Васильевна, кандидат физико-математических наук, доцент
Оренбургский государственный педагогический университет
Российская Федерация, 460014, г. Оренбург, ул. Советская, 19
E-mail: streleec@yandex.ru

UDC 372: 514.7 (091)

I. V. Ignatushina

Organization and results of experimental work to familiarize students with the history of formation of differential geometry by the example of works of Euler and his followers

The article presents a methodical system of organizing an optional course on history of classical differential geometry, which is primarily aimed at students of pedagogical universities.
Key words: history of mathematics, differential geometry, optional course.

Ignatushina Inessa Vassilyevna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Orenburg State Pedagogical University
The Russian Federation, 460014, Orenburg, ul. Sovetskaya, 19
E-mail: streleec@yandex.ru