ВЕСТНИК ОРЕНБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

УДК 372:511

Н. М. Новак

Алгоритмический подход к изучению математики в школе

Статья посвящена реализации алгоритмического подхода к изучению математики в школе. Раскрывается смысл, вкладываемый в понятие алгоритма современной дидактикой, рассматривается построение предписаний алгоритмического типа с помощью блок-схем.

Ключевые слова: стандарты второго поколения, алгоритм (предписание алгоритмического типа), алгоритмическая схема.

Одним из требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования, обозначенных в стандартах второго поколения, является формирование алгоритмической культуры учащихся при изучении математики [8].

Принято считать, что слово «алгоритм» произошло от имени узбекского математика Хорезми (по-арабски ал-Хорезми), который в IX в. н.э. разработал правила четырех арифметических действий над числами в десятичной системе исчисления. До введения в тридцатых годах XX века математически строгого определения алгоритма под алгоритмом понимали точно сформулированное правило, которым следует руководствоваться для достижения необходимого результата.

Интуитивное представление об алгоритме достаточно широко использовалось в дидактике и до, и после уточнения этого понятия. С глубокой древности известен алгоритм Евклида, на алгоритмической основе излагались: извлечение квадратного корня, итерационный метод извлечения корня любой натуральной степени, решение уравнений второй и третьей степеней с одним неизвестным и другие вопросы.

Новый всплеск интереса к алгоритмам произошел во второй половине XX века в связи с повсеместным проникновением в нашу жизнь вычислительной техники.

Алгоритмизацией обучения занимались такие известные математики-методисты, как А. Г. Мордкович, Н. А. Терешин и др. По мнению Н. А. Терешина, школьная математика предоставляет «большие возможности для ознакомления учащихся с основными свойствами алгоритма и различными способами его описания» [7, с. 8].

Следует отметить, что дидактический интерес к алгоритмам (предписаниям алгоритмического типа) проявили и методисты-физики. Так, В. И. Гутман и В. Н. Мощанский указывают, что «использование алгоритмов во многом рационализирует и облегчает процесс формирования у школьников умений решать физические задачи. Может быть, использование алгоритмов в обучении физике будет даже способствовать осознанию школьниками важного в современной науке понятия «алгоритм» и тем самым содействовать решению задачи всеобщей компьютерной грамотности, которая поставлена перед системой народного образования» [2, с. 3].

В школу понятие алгоритма проникло в результате введения в 1985 году нового учебного предмета «Основы информатики и вычислительной техники» и стало основой установления межпредметных связей математики и информатики.

Алгоритмизация обучения не утратила актуальности и в наши дни. Стандарты второго поколения среди требований к результатам обучения математике в метапредметном направлении выдвигают: «…7) понимание сущности алгоритмических предписаний и умение действовать в соответствии с предложенным алгоритмом; 8) умение самостоя-

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

тельно ставить цель, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем…» [6, с. 8].

Таким образом, современному учителю предстоит осуществлять алгоритмический подход к изучению математики в школе. И школьные учебники (даже основной школы) содержат достаточно обширный материал для реализации идеи алгоритмизации обучения.

Например, учебник математики для шестого класса содержит правило приведения дробей к наименьшему общему знаменателю, на основе которого можно составить алгоритм:

1) найди НОК знаменателей данных дробей (оно будет наименьшим общим знаменателем);

2) раздели наименьший общий знаменатель на знаменатель каждой дроби (то есть найди для каждой дроби дополнительный множитель);

3) умножь числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель;

4) конец [3, с. 41].

Приведем некоторые рекомендации, которые, на наш взгляд, помогут более успешной реализации алгоритмического подхода в обучении математике.

Алгоритмы, используемые в дидактике, вовсе не являются алгоритмами в математически строгом смысле слова. Поэтому правильнее было бы называть их предписаниями алгоритмического типа. Но, следуя установившейся в литературе традиции и учитывая, что для студентов и школьников более привычен термин «алгоритм», мы будем в этой статье придерживаться сложившегося порядка.

Предписания алгоритмического типа обладают рядом свойств, присущих алгоритмам. Перечислим их.

1. Дискретность. Она означает, что весь процесс решения должен быть разбит на конечное число операций.

2. Детерминированность. Это свойство предусматривает жесткое закрепление последовательности операций в данном предписании и однозначность выполнения каждой из них.

3. Массовость — возможность применения алгоритма к большому числу вариантов исходных данных.

4. Результативность — получение результата для всех допустимых вариантов исходных данных.

Рассмотрим алгоритмы из школьного курса математики.

Пример 1. Дана функция $y = f(x)$. Выяснить, к какому классу четности она относится.

1. Найти $D(f)$.

2. Если $D(f)$ не симметрична, то $y = f(x)$ — ни четная, ни нечетная функция, если $D(f)$ симметрична, то перейти к пункту 3.

3. Если $f(x) = f(-x)$, то $y = f(x)$ — четная функция, если нет, то перейти к пункту 4.

4. Если $f(-x) = -f(x)$, то $y = f(x)$ — нечетная функция, если нет, то $y = f(x)$ — ни четная, ни нечетная функция.

5. Конец.

Данный пример знакомит учащихся с одним из видов алгоритмов — с разрешающим алгоритмом. Разрешающий алгоритм позволяет выяснить, входит ли данный объект в число объектов некоторого класса или множества.

Часто школьникам приходится иметь дело с вычислительными алгоритмами.

Пример 2. Представить по действиям вычисление выражения $b = \sqrt{\left(\frac{1}{a} - 0{,}75\right)^3}$ при $a = 0{,}28$.

1. Найти $\frac{1}{a}$.

2. Найти $\frac{1}{a}-0{,}75.$

3. Найти $\left(\frac{1}{a}-0{,}75\right)^3$.

4. Найти $\sqrt{\left(\frac{1}{a}-0{,}75\right)^3}.$

5. Конец.

Алгоритм, составленный в примере 2, отличается от алгоритма, составленного в примере 1, тем, что в нем происходит последовательное выполнение операций. В примере 1 производится та или иная операция в зависимости от выполнения или невыполнения поставленного условия.

Принято различать три основных типа вычислительных процессов: 1) линейный, 2) разветвляющийся, 3) циклический.

Для линейного типа характерна последовательная обработка информации (см. пример 2). При разветвляющемся процессе, если условие выполняется, происходит одна обработка информации, если нет — другая (см. пример 1). При циклическом типе процесса одна и та же обработка информации повторяется несколько раз. Пример циклического процесса приведем позже.

В примерах 1 и 2 даны словесные описания алгоритмов. Кроме словесного описания алгоритмов в настоящее время принято записывать алгоритм с помощью блок-схем, граф-схем, машинных программ.

Остановимся подробнее на языке блок-схем, так как он является, на наш взгляд, наиболее целесообразным средством представления математических алгоритмов.

Удобство и целесообразность описания алгоритмов в виде блок-схем состоит в следующем:

1) блок-схемы дают возможность расчленить всю задачу на конечное число операций, сделать даже очень громоздкую задачу обозримой и обеспечивают пошаговый контроль за ходом действий;

2) особенности их конструирования позволяют учесть все могущие возникнуть в процессе решения ситуации и проследить развитие каждой до конца;

3) по одной и той же схеме решается целая серия задач данного типа, что помогает установить общность различных на первый взгляд понятий;

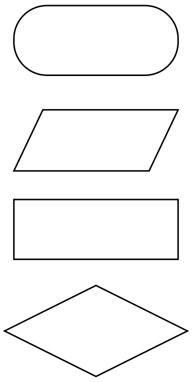
4) большая наглядность действия, описываемого с помощью блок-схемы, способствует его скорейшему освоению;

5) использование одних и тех же конструкций при построении блок-схем ведет к формализации, присущей современному стилю обучения математике;

6) блок-схемный подход является общим подходом к решению задач в любой области знания:

7) использование аппарата блок-схем не требует специальной подготовки [5, с. 9—10].

При построении блок-схем будем оперировать блоками, которые приняты в курсе ОИВТ.



— фиктивный блок «начало» и «конец»

— блок ввода (вывода) информации

— блок обработки информации

— логический блок, в котором записывают условие

Приведем примеры, иллюстрирующие применение блок-схем при построении алгоритмов.

Сразу заметим, что этими примерами не исчерпываются возможности построения предписаний алгоритмического типа, заложенные в школьных учебниках математики.

Пример 3 (линейный процесс). Составить алгоритм вычисления выражения $b = \dfrac{5}{4x-7} + 3$ при $x = 2$ (рис. 1).

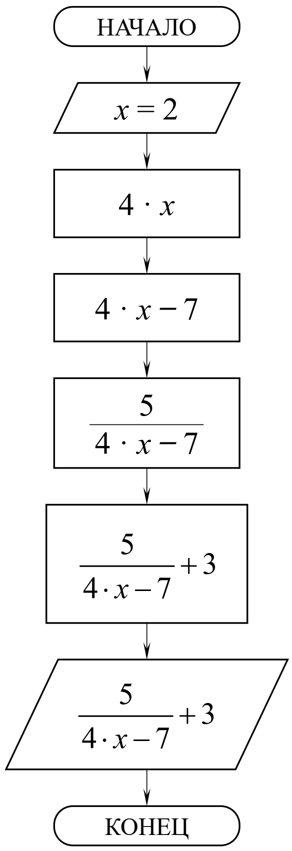


Рис. 1

Пример 4 (разветвляющийся процесс; конструкция ЕСЛИ—ТО—ИНАЧЕ). Решить уравнение $a \cdot x = 12$ (рис. 2).

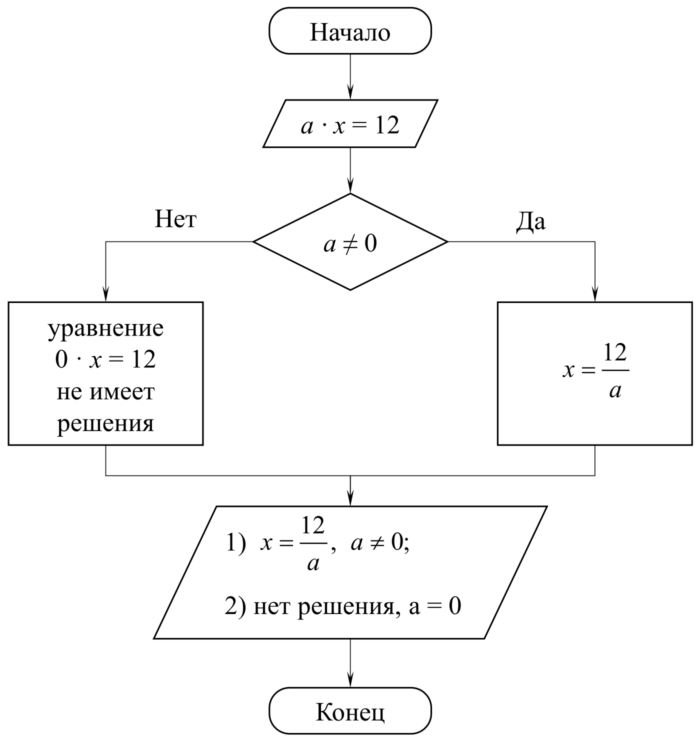


Рис. 2

Пример 5 (циклический процесс; конструкция ЦИКЛ—ПОКА). Найти первые пять членов числовой последовательности $a_n = \frac{n+1}{2n}$ (рис. 3).

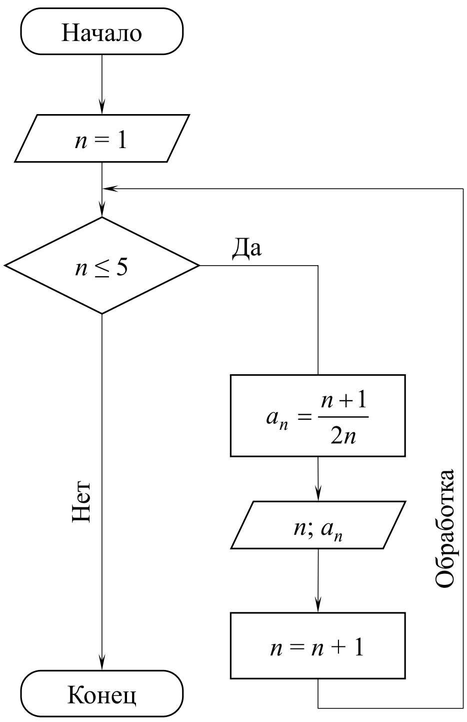


Рис. 3

Пример 6. Функция $\varphi(x) = f(x)$ при $x > 0$. Доопределить $\varphi(x)$ для $x < 0$ так, чтобы она была: а) четной (рис. 4); б) нечетной (рис. 5).

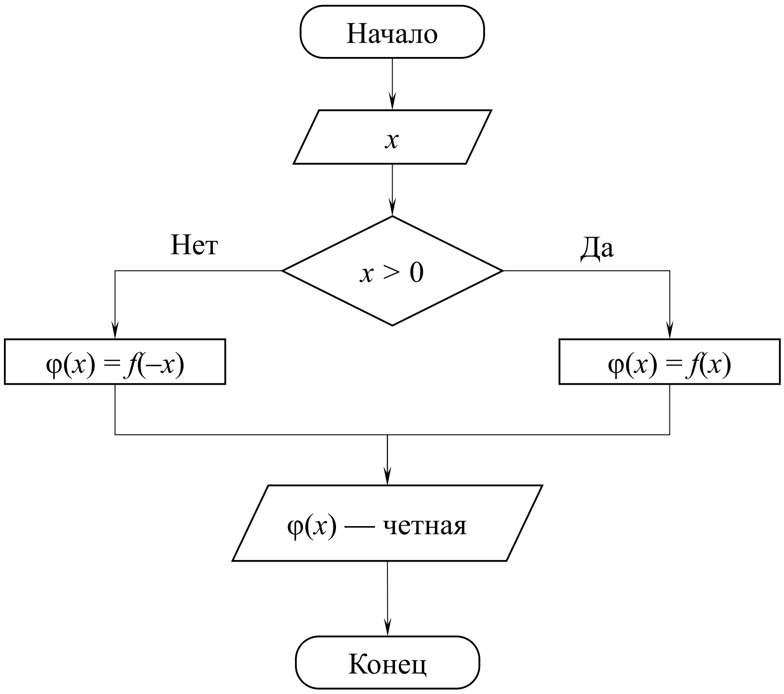


Рис. 4

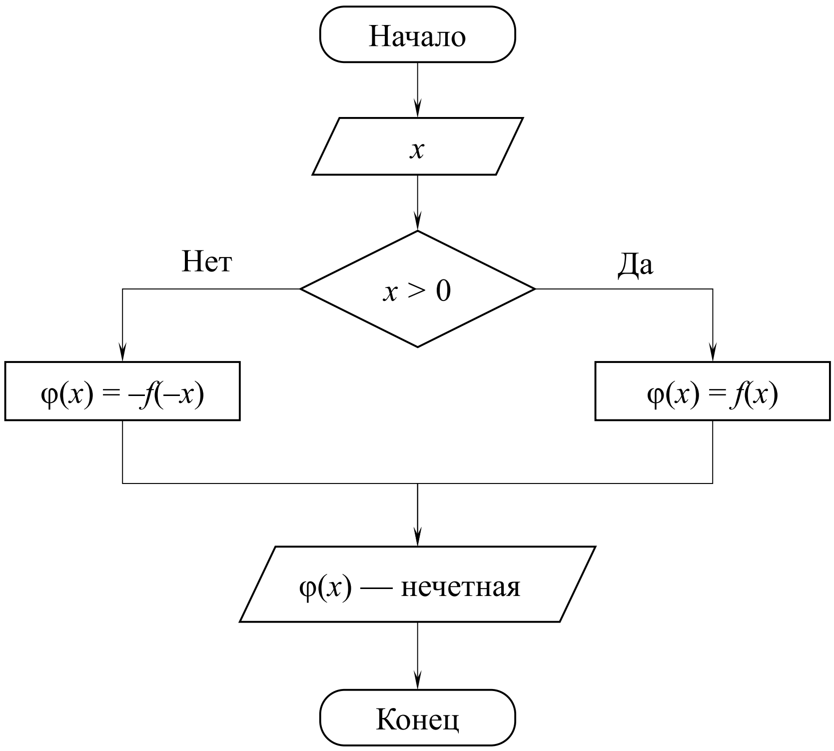


Рис. 5

Пример 7. Найти сумму первых n членов числовой последовательности $a_n = \frac{1}{2n+1}$ (рис. 6).

2015. № 3 (15)

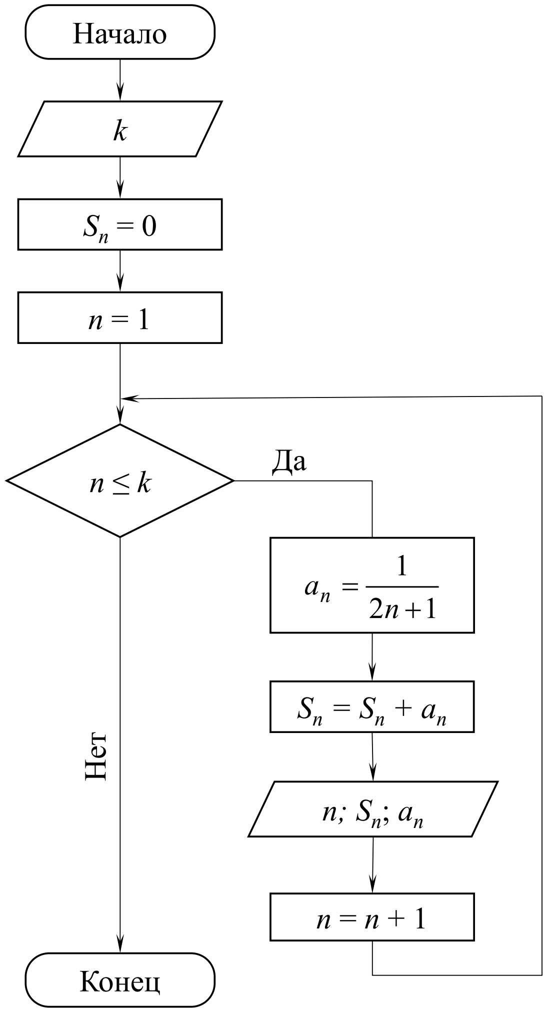


Рис. 6

Пример 8. Определить, какие из данных функций четные, а какие нечетные (рис. 7).

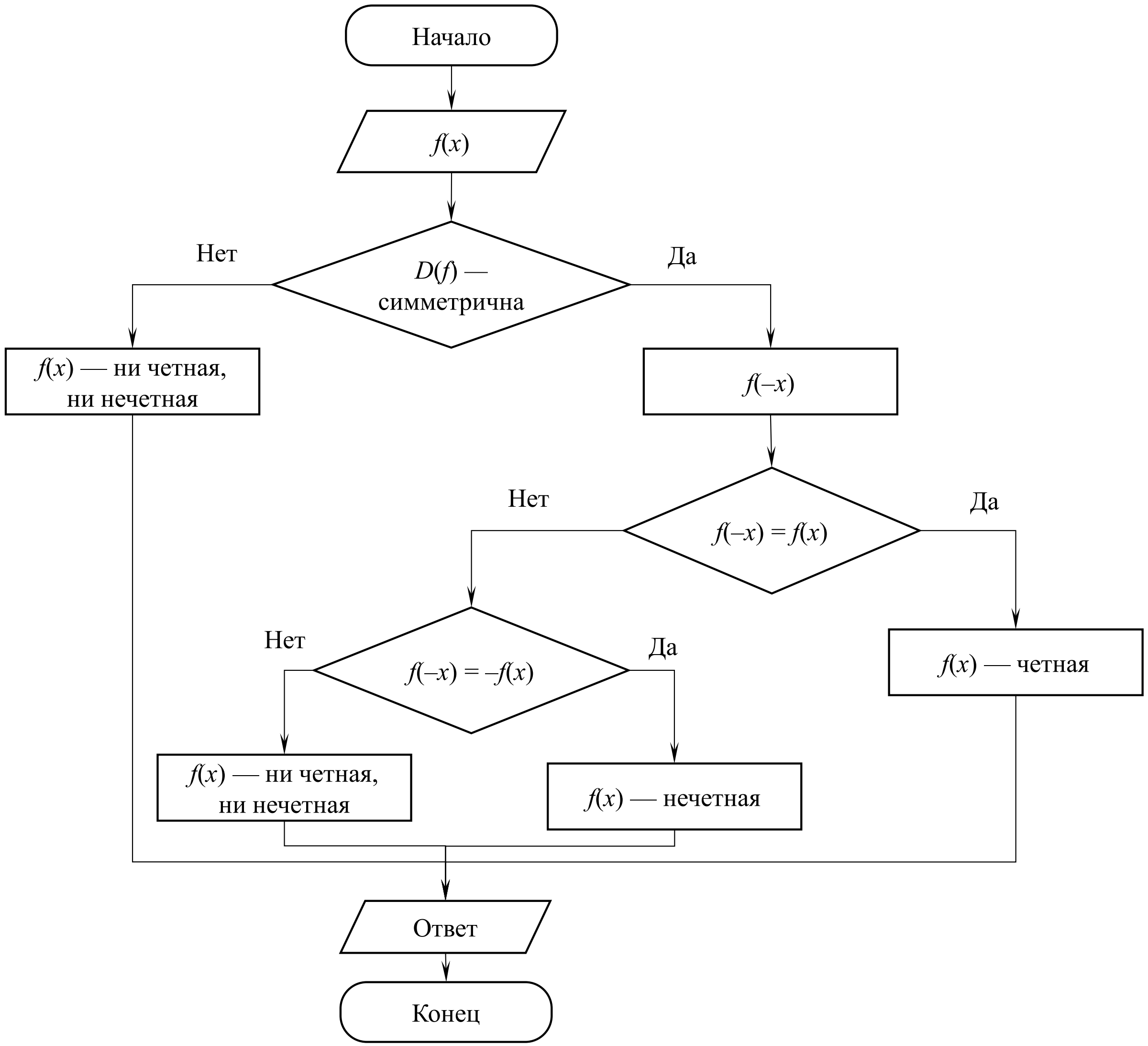


Рис. 7

ВЕСТНИК ОРЕНБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

Блок-схемный подход позволяет справляться не только с решением задач, но и осознавать определения, усваивать формулировки теорем. Кроме того, мы составляем блок-схемы в полном соответствии с правилами, принятыми в программировании. Они легко переводятся на машинный язык. В случае необходимости вычислительные задачи могут быть решены с помощью компьютера. Тем самым устанавливаются межпредметные связи между курсами информатики и математики.

Предписания алгоритмического типа используются, конечно, при решении стандартных задач. Если задача нестандартна или операции, которые следует выполнить, не являются элементарными, а также в том случае, когда трудно учесть все могущие возникнуть в ходе решения ситуации, можно воспользоваться алгоритмической схемой.

Приведем примеры таких схем.

Пример 9. Решить неравенство второй степени с одной переменной $ax^2 + bx + c > 0$ ($ax^2 + bx + c < 0$; $ax^2 + bx + c \geq 0$; $ax^2 + bx + c \leq 0$), где $a \neq 0$ [1].

1. Записать данное неравенство.
2. Выделить квадратичную функцию, стоящую в левой части неравенства.
3. Определить направление ветвей параболы (вверх или вниз), являющейся графиком выделенной функции.
4. Выяснить взаимное расположение на координатной плоскости параболы и оси ОХ. (Для этого достаточно решить квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.)
5. Изобразить схематически параболу в системе координат. (Точно указать точки пересечения с осью ОХ, если они есть.)
6. Пользуясь изображением, найти множество решений неравенства.
7. Конец.

Пример 10. Алгоритмическая схема составления обратной функции для функции $y = f(x)$, $x \in X$.

1. Убедиться в том, что функция $y = f(x)$ обратима на X.
2. Из уравнения $y = f(x)$ выразить x через y, учитывая при этом, что $x \in X$.
3. В полученном равенстве поменять местами x и y [4, с. 11].

Использование алгоритмических схем предполагает не только действия по хорошо известным правилам. Они дают общие рекомендации к решению, заставляя человека устанавливать все новые и новые связи между элементами, входящими в круг проблемы. А это уже — эвристическая деятельность. Недаром алгоритмические схемы в литературе часто называют эвристическими.

Таким образом, алгоритмический подход к изучению математики в школе не сводится к механическому выполнению действий, описанных алгоритмом, он предполагает и эвристическую деятельность, без которой невозможно формирование алгоритмической культуры школьника. Рассмотренные примеры показывают, что школьный курс математики предоставляет для этого широкие возможности.

Список использованной литературы

1. Алгебра : учебник для 9 кл. ср. школы / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С. А. Теляковского. 2-е изд. М. : Просвещение, 1992. 271 с.

2. Гутман В. И., Мощанский В. Н. Алгоритмы решения задач по механике в средней школе : кн. для учителя. М. : Просвещение, 1988. 95 с.

3. Математика : учебник для 6 кл. ср. школы / Н. Я. Виленкин, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд, В. И. Жохов. М. : Просвещение, 1991. 256 с.

4. Мордкович А. Г. Беседы с учителями математики. М. : Школа-Пресс, 1995. 272 с.

5. Новак Н. М. Алгоритмизация обучения как средство осуществления внутрипредметных и межпредметных связей при изучении математического анализа в пединституте : автореф. дис. … канд. пед. наук. М. : Изд-во Моск. пед. ун-та, 1993. 15 с.

6. Примерные программы основного общего образования. Математика. М. : Просвещение, 2009. 96 с. (Стандарты второго поколения).

7. Терешин Н. А. Прикладная направленность школьного курса математики : кн. для учителя. М. : Просвещение, 1990. 96 с.

8. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования / Мин-во образования и науки РФ. М. : Просвещение, 2011. 48 с. (Стандарты второго поколения).

Поступила в редакцию 06.08.2015 г.

Новак Наталья Михайловна, кандидат педагогических наук, доцент
Оренбургский государственный педагогический университет
Российская Федерация, 460014, г. Оренбург, ул. Советская, 19
E-mail: streleec@yandex.ru

UDC 372: 511

N. M. Novak

Algorithmic approach to the study of mathematics at school

The article is devoted to the implementation of an algorithmic approach to the study of mathematics at school. It expands the meaning given to the concept of the algorithm in modern didactics, considers the construction requirements of algorithmic type using flowcharts.

Key words: second-generation standards, algorithm (algorithmic-type orders), algorithmic scheme.

Novak Natalia Mikhaylovna, Candidate of Predagogic Sciences, Associate Professor
Orenburg State Pedagogical University
Russian Federation, 460014, Orenburg, ul. Sovetskaya, 19
E-mail: streleec@yandex.ru