

УДК 372.8:514.7

И. В. Игнатушина**Из опыта преподавания дифференциальной геометрии в педагогическом вузе**

В статье представлена авторская методическая система подготовки учащихся по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе, включающая пропедевтический курс, базовый (основной) курс, комплекс курсов по выбору, программу НИРС. Описывается содержание курсов по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера», «Выдающиеся имена в истории дифференциальной геометрии», ориентированные на студентов бакалавриата, а также содержание спецсеминара для магистрантов «Приложение дифференциального исчисления к геометрии в учебных пособиях России XIX в.». Проанализированы результаты проведенной опытно-экспериментальной работы по внедрению указанной методической системы.

Ключевые слова: преподавание дифференциальной геометрии в педагогическом вузе, методическая система, курсы по выбору.

Дифференциальная геометрия представляет собой раздел математики, в котором геометрические образы изучаются методами математического анализа. Она служит незаменимым инструментом для проведения исследований в механике, теории относительности, квантовой физике, картографии, геодезии, современной компьютерной геометрии и т.д., при проектировании различных трасс, нефте- и газопроводов, спортивной одежды, оболочек судов и т.п., поэтому ее изучение является важной составляющей высшего физико-математического образования. При этом не следует забывать, что изучение высшей математики, одним из разделов которой является дифференциальная геометрия, дает будущему учителю математики современное осознание тех элементарных понятий, с которыми он будет иметь дело в школе. Так, дифференциальная геометрия, в ходе изучения которой происходит знакомство с особыми точками, понятиями кривизны, кручения и т.д., предоставляет мощный арсенал средств для успешного решения задачи о построении графиков функций, впервые возникающей еще в курсе математики средней школы.

Становление курса дифференциальной геометрии в отечественной высшей школе происходило в 5 этапов:

- первый период (30-е гг. — конец 70-х гг. XVIII в.) — этап, предшествующий становлению курса дифференциальной геометрии в российских вузах;
- второй период (80-е гг. XVIII в. — первая треть XIX в.) — этап проникновения отдельных сведений по дифференциальной геометрии в курсы высшей математики;
- третий период (30-е гг. — конец 40-х гг. XIX в.) — этап стабилизации содержания материала по дифференциальной геометрии, сообщаемого в курсе математического анализа;
- четвертый период (вторая половина XIX в.) — этап выделения дифференциальной геометрии в самостоятельную учебную дисциплину;
- пятый период (конец XIX в. — XX в.) — этап введения курса дифференциальной геометрии во все учебные планы физико-математических факультетов и его совершенствование с учетом достижений науки, а также профиля соответствующего вуза [1].

В XX столетии дифференциальная геометрия как наука по содержанию ушла далеко вперед по сравнению с учебным курсом и возникла серьезная проблема, связанная с отсутствием разработанной методики изложения новых научных результатов в качестве

© Игнатушина И. В., 2015

учебного материала. В настоящее время введение многоуровневой системы (бакалавриат, магистратура, аспирантура), реализация компетентного подхода, гуманизация и гуманитаризация образования обострили данную проблему.

Для ее решения нами была разработана методическая система подготовки учащихся по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе, созданная на основе анализа соответствующего исторического материала и опирающаяся на следующие положения: парадигма непрерывно-дискретного обучения, триада обучения дифференциальной геометрии, профессиональная направленность изучаемого курса, гуманистическая парадигма обучения и развитие индивидуальной креативности личности студента [2], применение информационных технологий в интерпретации математических абстракций, фундаментализация обучения [3], приобщение студентов к научно-исследовательской работе через знакомство с доступными по их уровню подготовки трудами создателей дифференциальной геометрии.

При обучении дифференциальной геометрии в педагогическом вузе важным основанием должен выступать соответствующий исторический материал как по формированию и развитию данной дисциплины, так и по ее преподаванию, поэтому в разработанной нами методической системе исторический материал используется на каждом этапе соответствующей подготовки будущего учителя математики:

на 1 этапе — пропедевтическом, когда в курсе математического анализа рассматриваются приложения дифференциального исчисления к геометрии (10—11 классы средней школы, 1—2 курсы бакалавриата);

на 2 этапе — при осуществлении фундаментальной базовой подготовки по дифференциальной геометрии в рамках изучения основного курса (3—4 курсы бакалавриата, 1 курс магистратуры);

на 3 этапе — при углубленном изучении дифференциальной геометрии на соответствующих курсах по выбору и спецсеминарах, а также при организации научно-исследовательской работы учащихся (4 курс бакалавриата, 1—2 курсы магистратуры, аспирантура).

Остановимся подробнее на описании третьего этапа.

В настоящее время для углубленного изучения дифференциальной геометрии в педагогическом вузе существует множество программ курсов по выбору, рассчитанных как на студентов бакалавриата, так и на магистрантов: «Дифференцируемые многообразия» [2, с. 180—183], «Связности в расслоенных пространствах» [2, с. 183—185], «Компьютерная дифференциальная геометрия» [4], «Дополнительные главы дифференциальной геометрии», «Дифференциальная геометрия и тензорный анализ» и т.д.

Для полноценного изучения любого математического курса студентам необходимо знакомство с историей соответствующего раздела математики. Поэтому во все учебные планы была введена дисциплина «История математики», которая нацелена на формирование у студентов знаний об основных этапах развития и современных представлениях о науке математике, ее роли и месте в системе научных дисциплин. Однако в большинстве педагогических вузов эта дисциплина изучается на выпускном курсе. С одной стороны, такое построение учебного плана позволяет студентам на заключительном этапе обобщить свои знания о математике в целом, что является необходимой основой для подготовки к государственной аттестации. С другой стороны, при изучении самих математических дисциплин у студентов в большинстве случаев не складывается общей картины о математике и причинно-следственных связях появления ее отдельных разделов.

Одним из вариантов решения данной проблемы может служить введение курсов по выбору, посвященных истории соответствующих математических дисциплин учебного

плана, еще до изучения общего курса истории математики. В связи с этим разработанные нами программы курсов по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» [5], «Выдающиеся имена в истории дифференциальной геометрии» направлены именно на изучение истории дифференциальной геометрии. Предлагаемые программы ориентированы на студентов 3—4 курсов бакалавриата. Общая трудоемкость каждого курса составляет 36 часов, из которых 20 часов — лекции и 16 часов — самостоятельная работа студента.

Содержание курса по выбору «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера»

Тема 1. Предыстория дифференциальной геометрии

Первые исследования по теории плоских кривых в Древней Греции (Архимед).

Вопросы теории плоских кривых в работах ученых XVII в. до создания математического анализа (П. Ферма, Р. Декарт, Ж. Роберваль, Э. Торричелли).

Создание дифференциального и интегрального исчисления. Его первые приложения к задачам геометрии (И. Ньютон, Г. В. Лейбниц, Я. и И. Бернулли).

Теория эволют и эвольвент в работе Х. Гюйгенса «Маятниковые часы» (1673).

Первые попытки перенесения на трехмерный случай методов, использовавшихся для исследования кривых на плоскости (А. К. Клеро).

Тема 2. Роль Л. Эйлера в становлении дифференциальной геометрии в XVIII в.

2.1. Обзор результатов Л. Эйлера по приложению анализа бесконечно малых к исследованию кривых на плоскости

Учение о кривизне плоской линии во втором томе «Введения в анализ бесконечных» (1748) Л. Эйлера.

Эволюты и эвольвенты в исследованиях Л. Эйлера («Разыскание кривых, которые образуют эволюты им подобные» (1750), «Исследование кривых, подобных своей эволюте, либо первой, либо второй, либо третьей, либо даже какого угодно порядка» (1787), «Доказательство теоремы Бернулли о том, что если последовательно разворачивать “прямоугольные” кривые, то в пределе получится циклоида» (1766).

2.2. Основные результаты Л. Эйлера по теории кривых в пространстве

Основные результаты Л. Эйлера по теории кривых в пространстве, изложенные в его работе «Легкий способ исследовать все свойства кривых линий, не расположенных в одной плоскости» (1782).

2.3. Пространственные задачи дифференциальной геометрии в исследованиях Л. Эйлера

Теорема о кривизне поверхности в мемуаре Л. Эйлера «Исследование о кривизне поверхностей» (1760).

Вопрос о разворачивающихся поверхностях в мемуаре Л. Эйлера «О телах, поверхность которых можно развернуть на плоскость» (1772).

Постановка и решение задачи об изгибании поверхностей в работах Л. Эйлера.

2.4. Применение полученных Л. Эйлером результатов по дифференциальной геометрии к картографии

Приложение результатов по дифференциальной геометрии в картографических работах Л. Эйлера: «Об изображении поверхности шара на плоскости» (1777), «О геогра-

фической проекции поверхности шара» (1777), «О географической проекции Делиля, примененной на генеральной карте Российской империи» (1777).

Тема 3. Развитие идей Л. Эйлера по дифференциальной геометрии в работах Г. Монжа и К. Гаусса

Результаты Г. Монжа по дифференциальной геометрии в пространстве, изложенные в его сочинениях: «Мемаур о развертках, радиусах кривизны и различных видах перегибов кривых двойкой кривизны» (1785), «О свойствах многих видов кривых поверхностей, в особенности развертывающихся поверхностей, с приложением к теории теней и полутеней» (1780), «Мемуар о теории выемок и насыпей» (1784), «Приложение анализа к геометрии» (1807).

Общая теория поверхностей в работе К. Гаусса «Общие исследования о кривых поверхностях» (1828).

Содержание курса по выбору «Выдающиеся имена в истории дифференциальной геометрии»

Тема 1. Предмет, основные методы и приложения дифференциальной геометрии

Понятие о дифференциальной геометрии, ее предмете и методах. Роль дифференциальной геометрии в науке и технике. Приложения. Основные этапы развития дифференциальной геометрии.

Тема 2. Элементы дифференциальной геометрии до появления математического анализа

Первые исследования математиков Древней Греции по теории кривых и поверхностей (Евклид, Архимед, Аполлоний). Элементы дифференциальной геометрии в работах математиков эпохи Возрождения и Нового времени (И. Кеплер, П. Ферма, Р. Декарт, Ж. Роберваль, Э. Торричелли).

Тема 3. Формирование классической дифференциальной геометрии

Зарождение и развитие математического анализа и его приложений к геометрии. Первые представления о теории эволют и эвольвент в работе Х. Гюйгенса «Маятниковые часы» (1673). Первые результаты по теории кривизны плоских кривых и поверхностей. «Исследования о кривых двойкой кривизны» (1731) А. Клеро. Формирование основ теории поверхностей в работах Л. Эйлера: параметрическое представление пространственных кривых, геодезическая линия на поверхности и ее уравнение, натуральное уравнение плоской кривой, установление инвариантности коэффициентов первой квадратичной формы при изгибании поверхности. «Исследования о кривизне поверхностей» (1760) Л. Эйлера. Картографические работы Л. Эйлера. Развитие дифференциальной геометрии в работах учеников и последователей Л. Эйлера: Н. И. Фусс, Ф. И. Шуберт, С. Е. Гурьев.

Тема 4. Дальнейшее развитие классической дифференциальной геометрии

Политехническая школа во Франции на рубеже XVIII—XIX вв. и ее роль в развитии дифференциальной геометрии. Установление связи между теорией дифференциальных уравнений и дифференциальной геометрией в работах Г. Монжа и его учеников. «Приложение анализа к геометрии» (1795) Г. Монжа. Теорема Менье. «Развитие геометрии» (1813) Ш. Дюпена. Внутренняя геометрия К. Гаусса. Изгибание поверхностей и гауссова кривизна в работе К. Гаусса «Общие исследования о кривых поверхностях» (1827). И. Бартельс, его ученики и вывод формул Френе — Серре. Обобщение Р. Бонне теоремы Гаусса о сумме углов геодезического треугольника. Работы Ф. Миндинга по теории поверхностей. Развитие идей Миндинга в исследованиях Е. Бельтрами. Б. Риман «О гипотезах, лежащих в основании геометрии» (1854): понятие многообразия, n-мерные про-

странства, создание дифференциальной геометрии n -мерного метрического пространства (римановой геометрии), риманова кривизна. Создание векторного исчисления (Г. Грассман, У. Гамильтон, Дж. Максвелл, Дж. Гиббс) и его роль в дифференциальной геометрии. Теоретико-групповая точка зрения Ф. Клейна, изложенная в «Эрлангенской программе» (1872), и ее приложение к дифференциальной геометрии в работах Э. Картана. «Лекции по общей теории поверхностей» (1888—1896). Основы проективно-дифференциальной и конформно-дифференциальной геометрии в исследованиях Г. Дарбу.

Тема 5. Результаты отечественных школ по дифференциальной геометрии

Московская школа дифференциальной геометрии. Установление К. М. Петерсоном в работе «Об изгибании поверхностей» (1853) условий, связывающих коэффициенты первой и второй квадратичных форм (формулы Майнарди — Кодацци), решение им вопроса об изгибании минимальных поверхностей и поверхностей переноса, его исследования по изгибанию на главном основании. Развитие идей К. М. Петерсона в работах Д. Ф. Егорова и Б. К. Млодзеевского. Результаты школы С. П. Финикова в новых областях классической дифференциальной геометрии: проективно-дифференциальной геометрии, дифференциальной геометрии метрических пространств, аффинной дифференциальной геометрии. Исследования Ф. М. Суворова, П. А. Широкова, В. Ф. Кагана, П. К. Рашевского, А. П. Нордена и других по римановой геометрии и ее различным обобщениям. Роль школы В. Ф. Кагана в разработке тензорной дифференциальной геометрии. Создание дифференциальной геометрии в «целом»: Б. Н. Делоне, А. Д. Александров, Н. В. Ефимов, А. В. Погорелов и др.

Предлагаемые курсы по выбору позволяют обобщить и углубить знания студентов, полученные ими ранее при изучении соответствующего раздела геометрии, и тем самым повысить уровень фундаментальной подготовки, сформировать у студентов представление об истории появления основных понятий классической дифференциальной геометрии и побудительных мотивах их появления, а также продемонстрировать различные приложения дифференциальной геометрии.

Для продолжения этой работы в магистратуре педагогического вуза мы предлагаем спецсеминар «Приложение дифференциального исчисления к геометрии в учебных пособиях России XIX в.».

Содержание спецсеминара

«Приложение дифференциального исчисления к геометрии в учебных пособиях России XIX в.»

Тема 1. Результаты по дифференциальной геометрии Н. И. Фусса и Ф. И. Шуберта. Введение элементов дифференциальной геометрии в учебный курс

Работы Н. И. Фусса по теории кривых: «Аналитико-геометрическое исследование о кривой линии, обладающей особым свойством» (1784), «Аналитико-геометрическое исследование о различных видах кривых линий, обладающих особым свойством» (1784), «Десять геометрических задач...» (1809), «О кривизне кривых, на поверхности шара описанных» (1809), «Решение некоторых вопросов, относящихся до разверзания кривых линий двоякой кривизны» (1815), «Начальные основания чистой математики» (1810—1812).

Исследование особых точек кривой $f(x, y) = 0$ в работе Ф. И. Шуберта «Рассуждения о точках возврата» (1822).

Тема 2. Первые руководства по дифференциальной геометрии С. Е. Гурьева и его последователей В. И. Висковатова и П. А. Рахманова

Единый аналитический подход к выводу всех основных дифференциально-геометрических формул плоских кривых, заданных в полярных координатах, предложенный в работе С. Е. Гурьева «Мемуар о решении основных задач, предложенных для кривых, ординаты которых исходят из неподвижной точки» (1794).

«Основания трансцендентной геометрии кривых поверхностей» (1806) С. Е. Гурьева — первое руководство по дифференциальной геометрии в пространстве, вышедшее на русском языке.

Вторая часть работы В. И. Висковатова «Краткое изложение способа знаменитого Лагранжа изъяснить исчисление дифференциальное и приложение оно к геометрии кривых линий» (1810), носящая название «О приложении исчисления дифференциального к геометрии кривых линий», которая является одним из первых учебных руководств по дифференциальной геометрии плоских кривых.

Работы П. А. Рахманова «Опыт о поверхностях вращения» (1806) и «Опыт о цилиндрических и конических поверхностях» (1806), в которых нашли отражение идеи Монжа по дифференциальной геометрии.

Приложения дифференциального исчисления к геометрии в «Лекциях г. Рахманова о дифференциальном исчислении» (1810).

Тема 3. Деятельность Т. Ф. Осиповского и его учеников А. Ф. Павловского и М. В. Остроградского по формированию дифференциальной геометрии как учебной дисциплины

О деятельности Т. Ф. Осиповского в процессе становления дифференциальной геометрии как учебной дисциплины.

Приложения дифференциального исчисления к геометрии, изложенные М. В. Остроградским в его «Курсе дифференциального исчисления» (1849).

Вывод теоремы Менье в работе М. В. Остроградского «О кривизне поверхностей» (1860).

Тема 4. Становление дифференциальной геометрии в Дерптском и Казанском университетах в XIX в. (М. Ф. Бартельс, К. Э. Зенф, Ф. Г. Миндинг, Т. Клаузен, К. М. Петерсон)

Роль М. Ф. Бартельса в становлении дифференциальной геометрии как учебного предмета в Казанском и Дерптском университетах XIX в.

Изложение вопросов дифференциальной геометрии в работе К. Э. Зенфа «Основные теоремы из теории кривых и поверхностей» (1830).

Результаты по дифференциальной геометрии, изложенные Ф. Г. Миндингом в его работах «О кривых кратчайшего периметра на кривых поверхностях» (1830), «Замечания о развертывании кривых линий, принадлежащих поверхностям» (1830), «Доказательство одной геометрической теоремы» (1831), «Как установить, наложимы ли друг на друга две кривые поверхности; с замечаниями о поверхностях постоянной меры кривизны» (1839), «Об одном исключительном случае при изгибании поверхностей» (1840), «Дополнения к теории кратчайших линий на кривых поверхностях» (1840), «Вопросы о кривизне поверхностей» (1863), «О средней кривизне поверхностей» (1875) и учебных курсах «Некоторые избранные разделы высшей геометрии, а именно учение об изгибании поверхностей», «Высшая геометрия», «Избранные разделы теории поверхностей».

Основная теорема теории поверхностей, изложенная в кандидатской диссертации К. М. Петерсона.

Тема 5. Дифференциальная геометрия в Московском университете во второй половине XVIII — XIX в. (В. К. Аршеневский, Д. М. Перевошиков, П. С. Щепкин, Н. Д. Брашман, Н. Е. Зернов, К. М. Петерсон, Б. К. Млодзеевский, Д. Ф. Егоров)

Вопросы дифференциальной геометрии, изложенные в шестой книге «Ручной математической энциклопедии» (1828) Д. М. Перевошикова.

«Дифференциальное исчисление с приложением к геометрии» (1842) Н. Е. Зернова.

«Дифференциальная геометрия» (1910) Д. Ф. Егорова.

Тема 6. Дифференциальная геометрия в университете и военно-инженерных учебных заведениях Петербурга XIX в. (П. И. Гиларовский, П. Я. Гамалея, В. А. Анкудович, Г. Ламе, А. И. Маюров, О. И. Сомов, В. Я. Буняковский, П. Л. Чебышев, Н. С. Будаев, А. Н. Коркин, К. А. Поссе, Д. А. Граве)

Курс дифференциального и интегрального исчисления с приложением к кривым линиям на плоскости, изложенный в книге П. И. Гиларовского «Сокращение высшей математики» (1796).

Приложения дифференциального исчисления к теории кривых линий, изложенные в энциклопедии П. Я. Гамалея «Вышняя теория морского искусства» (1801—1808).

Вопросы дифференциальной геометрии в лекциях А. И. Маюрова «Вышняя геометрия с изложением теории дефилирования крепостных строений» (1817).

Построение на векторной основе системы формул классической дифференциальной геометрии кривых и поверхностей в работах О. И. Сомова «Об ускорениях различных порядков» (1864) и «Прямой способ для выражения дифференциальных параметров первого и второго порядка и кривизны поверхности в каких-либо координатах ортогональных или косоугольных» (1865).

Вопросы дифференциальной геометрии в сочинениях П. Л. Чебышева «О кройке одежды» (1878), «О построении географических карт» (1856), «Черчение географических карт» (1856).

Роль Н. С. Будаева в становлении дифференциальной геометрии как учебной дисциплины.

Дифференциальная геометрия в курсе лекций А. Н. Коркина.

Приложения дифференциального исчисления к геометрии в курсе лекций К. А. Поссе.

Теория криволинейных координат и основы тензорного исчисления в работах Г. Ламе.

Научно-педагогическая деятельность Д. А. Граве по дифференциальной геометрии в Петербурге.

Семинарские занятия нацелены на формирование у магистрантов рефлексивной позиции по отношению к научному знанию, представляющему основные положения содержания изучаемой программы. Осваивая различные приемы и методы изложения материала по дифференциальной геометрии, представленные в рассматриваемых учебных руководствах, магистрант имеет возможность познакомиться с банком методических идей, накопленных в отечественном высшем образовании, и выбрать наиболее приемлемые для своей будущей педагогической работы.

Поскольку высшей целью образования является подготовка специалиста, способного самостоятельно формулировать проблемы в сфере своей профессиональной деятельности, решать их и доводить результаты до своих коллег, то организация научно-исследовательской работы учащихся является чрезвычайно важной.

А. В. Ястребовым была доказана аналогия между исследовательской работой ученого и учебной деятельностью студента [6]. Одним из инструментов моделирования свойств научной работы в учебном процессе являются индивидуальные задания для студентов.

В качестве таковых могут выступать задания по изучению математической лаборатории создателей соответствующей отрасли науки. При этом сочинения создателей дифференциальной геометрии служат средством обучения и приобщения студентов к научно-исследовательской работе.

Для организации этой работы по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе мы предлагаем студентам темы для исследования:

1. Первые исследования по теории кривых и поверхностей в Древней Греции (Евклид, Архимед, Аполлоний).
2. Элементы дифференциальной геометрии в работах математиков эпохи Возрождения и Нового времени (И. Кеплер, П. Ферма, Р. Декарт, Ж. Роберваль, Э. Торричелли).
3. Геометрический характер дифференциального исчисления в работах Г. В. Лейбница.
4. Теория эволют и эвольвент в работе Х. Гюйгенса «Маятниковые часы».
5. Учение о кривизне кривой в работе И. Ньютона «Математические начала натуральной философии».
6. Учение о кривизне плоской линии во втором томе «Введения в анализ бесконечных» Л. Эйлера.
7. Вывод формулы для определения радиуса кривизны в работе «Легкий способ нахождения радиуса кривизны из принципа максимума и минимума» Л. Эйлера.
8. Решение задачи о нахождении кривых, подобных своей эволюте, в сочинениях Л. Эйлера «Разыскание кривых, которые образуют эволюты им подобные» и «Исследование кривых, подобных своей эволюте, либо первой, либо второй, либо третьей, либо даже какого угодно порядка».
9. Доказательство Л. Эйлера теоремы И. Бернулли о пределе последовательности развертывания «прямоугольных» кривых.
10. Геометрия пространственных кривых в работе Л. Эйлера «Легкий способ исследовать все свойства кривых линий, не расположенных в одной плоскости».
11. Задача о геодезических линиях в исследованиях И. Бернулли и Л. Эйлера.
12. Вывод теоремы Л. Эйлера в его сочинении «Исследования о кривизне поверхностей».
13. Исследования Л. Эйлера о развертывании и изгибании поверхностей.
14. Приложения дифференциальной геометрии в работах Л. Эйлера по математической картографии.
15. Развитие идей Л. Эйлера по дифференциальной геометрии в исследованиях Г. Монжа и его учеников.
16. Развитие дифференциальной геометрии в работах учеников и последователей Л. Эйлера: Н. И. Фусс, Ф. И. Шуберт, С. Е. Гурьев.
17. Результаты К. Ф. Гаусса по дифференциальной геометрии поверхностей.
18. И. Бартельс, его ученики и их результаты по теории пространственных кривых.
19. Исследования К. М. Петерсона по дифференциальной геометрии.
20. Московская школа дифференциальной геометрии.
21. Решение вопроса о проекциях сферы на плоскость, при которых сохраняются площади, в работе Д. А. Граве «Об основных задачах математической теории построения географических карт».
22. Риманова геометрия и ее различные обобщения: Ф. М. Суворов, П. А. Широков, В. Ф. Каган, П. К. Рашевский, А. П. Норден и др.
23. Роль школы В. Ф. Кагана в разработке тензорной дифференциальной геометрии.
24. Создание дифференциальной геометрии в «целом»: Б. Н. Делоне, А. Д. Александров, Н. В. Ефимов, А. В. Погорелов и др.

Результаты проведенного исследования студенты оформляют в одном из следующих видов работ: реферат, проект, курсовая работа, выпускная квалификационная работа, научная статья, интернет-страничка — и представляют в публичном выступлении на семинаре, студенческой конференции, заседании кафедры или математического кружка.

Для проверки эффективности разработанной нами методической системы многоуровневой подготовки учащихся по дифференциальной геометрии на базе физико-математического факультета ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный педагогический университет», ФГБОУ ВПО «Оренбургский государственный университет» была проведена соответствующая опытно-экспериментальная работа.

На первом — поисково-констатирующем — этапе (2006—2010 гг.) были проанализированы программы вузов по дифференциальной геометрии; изучена соответствующая психолого-педагогическая и методическая литература; велось наблюдение за работой студентов на лекциях и практических занятиях по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе; проводились беседы с преподавателями и студентами по интересующей проблеме; проведен срез знаний учащихся, включающий контрольную работу и математический диктант, для выявления уровня возможной проблемы; разработана методическая система многоуровневой подготовки учащихся по дифференциальной геометрии в педагогическом вузе на основе использования соответствующего исторического материала, включающая:

- 1) пропедевтический курс;
- 2) базовый (основной) курс;
- 3) комплекс курсов по выбору;
- 4) программу НИР.

На втором, формирующем, этапе эксперимента (2011—2015 гг.) указанная методическая система была внедрена в учебный процесс.

На третьем, обобщающем, этапе эксперимента (2015 г.) осуществлена проверка эффективности разработанной методической системы на основе статистической обработки полученных результатов.

Студентам на поисково-констатирующем и формирующем этапах эксперимента предлагалось выполнить задания контрольной работы и математического диктанта. По результатам контрольной работы для каждой из десяти групп респондентов был определен коэффициент усвоения учебного материала, рассчитываемый по формуле В. П. Беспалько:

$$k = \frac{n}{N},$$

где n — количество баллов, набранных участниками эксперимента, N — максимально возможное количество баллов [7]. На основе результатов математического диктанта, содержащего 9 базовых понятий по дифференциальной геометрии (кривая, касательная, асимптота, кривизна, кручение, гладкая поверхность, индикатриса Дюпена, изгибание, геодезическая линия), был найден коэффициент системности знаний, который вычислялся по формуле Н. Е. Кузнецовой:

$$\bar{K} = \frac{\sum_{i=1}^n l_i}{m \cdot n},$$

где l_i — число признаков или связей, n — максимальное число признаков, m — общее количество проанализированных ответов [8].

Таблица 1

Результаты поисково-констатирующего этапа эксперимента

Год	Количество респондентов	Коэффициент усвоения учебного материала по В. П. Беспалько	Коэффициент системности знаний по формуле Н. Е. Кузнецовой
2006	20	0,62	0,52
2007	22	0,61	0,54
2008	18	0,58	0,55
2009	21	0,63	0,55
2010	20	0,64	0,57

Таблица 2

Результаты формирующего этапа эксперимента

Год	Количество респондентов	Коэффициент усвоения учебного материала по В. П. Беспалько	Коэффициент системности знаний по формуле Н. Е. Кузнецовой
2011	23	0,72	0,67
2012	21	0,69	0,69
2013	24	0,68	0,71
2014	19	0,74	0,72
2015	20	0,82	0,81

Сопоставление по W-критерию Вилкоксона указанных в таблице 1 результатов контрольной группы (5 академических групп общей численностью 101 человек на поисково-констатирующем этапе эксперимента) с результатами экспериментальной группы (5 академических групп общей численностью 107 человек на формирующем этапе эксперимента) для оценки системности (табл. 2) знаний и коэффициентов усвоения учебного материала позволяет заключить, что разработанная нами методическая система многоуровневой подготовки учащихся по дифференциальной геометрии является эффективной в условиях современного педагогического вуза.

Список использованной литературы

1. Игнатушина И. В. Становление учебного предмета «Дифференциальная геометрия» в системе высшего математического образования России XVIII—XIX вв. М. : Научтехлитиздат, 2012. 304 с.
2. Глизбург В. И. Методическая система обучения топологии и дифференциальной геометрии при подготовке учителя математики в аспекте гуманитаризации непрерывного математического образования : дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02. М., 2009. 437 с.
3. Мордкович А. Г. О профессионально-педагогической направленности математической подготовки будущих учителей // Математика в школе. 1984. № 6. С. 42—45.
4. Баглаев И. И. О курсе «Компьютерная дифференциальная геометрия» // Вестник Бурятского государственного университета. 2012. Вып. 15. С. 10—12.
5. Игнатушина И. В. Материалы для спецкурса «Из истории формирования классической дифференциальной геометрии: применение математического анализа к геометрии в работах Леонарда Эйлера» : учеб.-метод. пособие для студ. физ.-мат. фак-та. Оренбург : Изд-во ОГПУ, 2010. 132 с.
6. Ястребов А. В. Научное мышление и учебный процесс — параллели и взаимосвязи. Ярославль : ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 1997. 137 с.
7. Беспалько В. П. Слагаемые педагогической технологии. М. : Педагогика, 1989. 192 с.
8. Кузнецова Н. Е. Формирование системы понятий при обучении химии. М. : Просвещение, 1989. 145 с.

Поступила в редакцию 02.11.2015 г.

Игнатушина Инесса Васильевна, кандидат физико-математических наук, доцент
Оренбургский государственный педагогический университет
Российская Федерация, 460014, г. Оренбург, ул. Советская, 19
E-mail: streleec@yandex.ru

UDC 372.8:514.7

I. V. Ignatushina

From the experience of teaching differential geometry in pedagogical high school

The article presents the author's methodical system of teaching differential geometry in pedagogical University, including: introduction; primary (basic) course; a set of elective courses; a training program for students. The article describes the content of elective courses: "From the history of formation of the classical differential geometry: applying mathematical analysis to the geometry in the works of Leonhard Euler", "Outstanding names in the history of differential geometry", aimed at undergraduate students, as well as the content of special seminar for undergraduates: "The application of differential calculus geometry textbooks in Russia of the XIX century". In addition, the article analyzes the results of experimental work on the introduction of this methodical system.

Key words: teaching differential geometry in pedagogical high school, methodical system, elective courses.

Ignatushina Inessa Vassilyevna, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor
Orenburg State Pedagogical University
Russian Federation, 460014, Orenburg, ul. Sovetskaya, 19
E-mail: streleec@yandex.ru

References

1. Ignatushina I. V. *Stanovleniye uchebnogo predmeta "Differentsialnaya geometriya" v sisteme vysshego matematicheskogo obrazovaniya Rossii XVIII—XIX vv.* [Formation of a subject "Differential geometry" in higher mathematic education in Russia of XVIII—XIX centuries]. Moscow, 2012. 304 p.
2. Glizburg V. I. *Metodicheskaya sistema obucheniya topologii i differentsialnoy geometrii pri podgotovke uchitelya matematiki v aspekte gumanitarizatsii nepreryvnogo matematicheskogo obrazovaniya: dis. d-ra ped. nauk* [Methodical system of teaching differential geometry and topology in training teachers of mathematics in the aspect of humanization of non-continuous mathematical education: Dr. Diss.]. Moscow, 2009. 437 p.
3. Mordkovich A. G. O professionalno-pedagogicheskoy napravlenosti matematicheskoy podgotovki budushchikh uchiteley [On professional-pedagogical orientation of mathematical preparation of future teachers]. *Matematika v shkole*, 1984, no 6, pp. 42-45.
4. Baglayev I. I. O kurse «Kompyuternaya differentsialnaya geometriya» [On a course "Computer differential geometry"]. *Vestnik Buryatskogo gosudarstvennogo universiteta*, 2012, no. 15, pp. 10-12.
5. Ignatushina I. V. *Materialy dlya spetskursa «Iz istorii formirovaniya klassicheskoy differentsialnoy geometrii: primeneniye matematicheskogo analiza k geometrii v rabotakh Leonarda Eylera* [Materials for a special course "From the history of formation of classical differential geometry: applying mathematical analysis to the geometry in the works of Leonhard Euler"]. Orenburg, 2010. 132 p.
6. Yastrebov A. V. *Nauchnoye myshleniye i uchebnyy protsess — paralleli i vzaimosvyazi* [Scientific thinking and learning process - parallels and relationships]. Yaroslavl, 1997. 137 p.
7. Bepalko V. P. *Slagayemye pedagogicheskoy tekhnologii* [The terms of educational technology]. Moscow, 1989. 192 p.
8. Kuznetsova N. E. *Formirovaniye sistemy ponyatiy pri obuchenii khimii* [Formation of concepts in teaching chemistry]. Moscow, 1989. 145 p.